Primitives et équations différentielles
Problème de recherche : la chute du parachutiste

Un parachutiste saute d'un avion. Avant l'ouverture du parachute, sa vitesse $v(t)$ (en m/s) au bout de t secondes vérifie

$$v'(t) = -0{,}2\,v(t) + 9{,}81, \qquad v(0) = 0.$$

La mission

1. *Méthode d'Euler.* On approche v avec un pas $h = 0{,}5$ s : $v_0 = 0$ et $v_{k+1} = v_k + h\,(-0{,}2\,v_k + 9{,}81)$, v_k approchant $v(kh)$. Calculer au tableur les valeurs jusqu'à $t = 30$ s. Que conjecture-t-on ?
2. Résoudre l'équation différentielle et donner l'expression exacte de $v(t)$. Comparer avec les valeurs du tableur pour $t = 5$ et $t = 30$.
3. Quelle est la vitesse limite, en m/s et en km/h ? Au bout de combien de temps le parachutiste atteint-il 95 % de cette vitesse ?
4. On note $x(t)$ la distance parcourue, avec $x(0) = 0$ et $x' = v$. Déterminer $x(t)$. Au bout de combien de temps le parachutiste a-t-il chuté de 1 000 m ?

Pour aller plus loin

Reprendre la méthode d'Euler avec un pas $h = 10$ s, puis $h = 12$ s. Expliquer ce qui se passe à l'aide de la relation $v_{k+1} = (1 - 0{,}2h)\,v_k + 9{,}81h$.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !