# Dérivation et convexité
## Problème de recherche : le plein à prix fixe

Chaque semaine, Inès fait le plein de sa voiture. Le prix du litre de carburant varie d'une semaine à l'autre. Elle hésite entre deux stratégies :

— stratégie **L** : acheter toujours 40 litres ;
— stratégie **M** : acheter toujours pour 50 € de carburant.

### La mission

**1.** Sur deux semaines, le litre coûte 1,80 € puis 2,00 €. Pour chaque stratégie, calculer le prix moyen payé par litre, c'est-à-dire le montant total dépensé divisé par le nombre total de litres achetés.

**2.** À l'aide d'un tableur, recommencer avec d'autres couples de prix. Quelle stratégie semble la plus avantageuse ? Quand les deux stratégies sont-elles équivalentes ?

**3.** Les prix sont $a$ puis $b$ (en €, $a > 0$, $b > 0$). Démontrer que le prix moyen vaut $\dfrac{a+b}{2}$ pour la stratégie L et $\dfrac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ pour la stratégie M.

**4.** Étudier la convexité de la fonction $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$ sur $]0;+\infty[$. En utilisant la position de la courbe de $f$ par rapport à la corde entre les points d'abscisses $a$ et $b$, démontrer la conjecture de la question 2.

### Pour aller plus loin

Démontrer le même résultat par le calcul, en étudiant le signe de $\dfrac{a+b}{2} - \dfrac{2ab}{a+b}$.

### Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !