Primitives et intégration
Problème de recherche : la courbe de Lorenz et l'indice de Gini

On range les habitants d'un pays du plus pauvre au plus riche. La **courbe de Lorenz** est la courbe de la fonction L définie sur $[0;1]$ telle que $L(x)$ est la part des revenus totaux reçue par la fraction x la plus pauvre de la population. Par exemple, $L(0{,}2) = 0{,}05$ signifie que les 20 % les plus pauvres reçoivent 5 % des revenus.

L'**indice de Gini** est $G = 2\displaystyle\int_0^1 (x - L(x))\,\mathrm{d}x$.

On modélise trois pays par $L_A(x) = x^2$, $L_B(x) = x^3$ et $L_C(x) = \dfrac{x + x^4}{2}$.

La mission

1. Interpréter $L_A(0{,}5)$. Quelle est la courbe de Lorenz d'un pays où tous les habitants ont le même revenu ? Que vaut alors G ?
2. Interpréter géométriquement l'indice de Gini. Entre quelles valeurs est-il compris ?
3. Calculer l'indice de Gini des pays A et B. Lequel est le plus inégalitaire ?
4. Calculer l'indice de Gini du pays C. Comparer les pays A et C à l'aide de leurs indices, puis à l'aide des valeurs de L en 0,5 et en 0,9. Un seul nombre suffit-il à décrire les inégalités ?

Pour aller plus loin

Pour le pays A, quelle part des revenus reçoivent les 10 % les plus riches ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !