Suites de matrices
Problème de recherche : les deux réserves naturelles

Une espèce protégée vit dans deux réserves naturelles voisines, R_1 et R_2. Chaque année :

— dans R_1, 70 % des animaux restent sur place (et survivent), 10 % migrent vers R_2, les autres disparaissent ;

— dans R_2, 80 % des animaux restent sur place, 10 % migrent vers R_1, les autres disparaissent ;

— enfin, 60 animaux élevés en captivité sont relâchés dans R_1.

On note x_n et y_n les effectifs dans R_1 et R_2 au bout de n années, et $U_n = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$. Au départ, $x_0 = 100$ et $y_0 = 50$.

La mission

1. Écrire U_{n+1} sous la forme $U_{n+1} = AU_n + B$, puis calculer les effectifs au bout de 5 ans.

2. Les populations semblent-elles se stabiliser ? Si oui, vers quels effectifs ? Le démontrer.

Pour aller plus loin

L'objectif est d'atteindre, à long terme, une population totale de 600 animaux. Combien d'animaux faut-il relâcher chaque année dans R_1 ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !