Composition de fonctions
Problème de recherche : la courbe en S des voitures électriques

Dans un pays, la part (en %) des voitures électriques parmi les voitures neuves vendues est modélisée, t années après 2020, par

$$f(t) = \frac{100}{1 + 49\,\mathrm{e}^{-0{,}3t}} \qquad (t \geqslant 0).$$

La mission

1. Calculer $f(0)$ et la limite de f en $+\infty$. Démontrer que f est croissante. Interpréter.
2. En quelle année la moitié des voitures neuves vendues seraient-elles électriques ? Et 90 % ?
3. Démontrer que, pour tout $t \geqslant 0$, $f'(t) = 0{,}3\,f(t)\left(1 - \dfrac{f(t)}{100}\right)$.
4. En déduire pour quelle part de voitures électriques la progression est la plus rapide, et la valeur de cette vitesse de progression maximale (en points par an).

Pour aller plus loin

Démontrer que la courbe de f admet le point $I(t_0\,;50)$, où t_0 est la valeur trouvée à la question 2, comme centre de symétrie, c'est-à-dire que $f(t_0+h)+f(t_0-h)=100$ pour tout h tel que $t_0 - h \geqslant 0$.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !