Fonctions exponentielles
Problème de recherche : la loi de Moore

En 1965, l'ingénieur Gordon Moore, futur cofondateur d'Intel, observe que le nombre de transistors des circuits intégrés augmente à un rythme très régulier. Deux repères :

— 1971 : le microprocesseur Intel 4004 compte environ 2 300 transistors ;
— 2020 : la puce Apple M1 compte environ 16 milliards de transistors.

La mission

1. Calculer le taux d'évolution global du nombre de transistors entre 1971 et 2020, puis le taux d'évolution annuel moyen (à 0,1 % près).
2. On modélise le nombre de transistors, t années après 1971, par $N(t) = 2\,300\,\mathrm{e}^{kt}$. Déterminer une valeur approchée de k au millième près pour que le modèle donne la bonne valeur en 2020.
3. Au bout de combien d'années (au dixième près) le nombre de transistors double-t-il selon ce modèle ? Comparer avec l'énoncé de la « loi de Moore » de 1975 : un doublement tous les deux ans.

Pour aller plus loin

Selon le modèle, combien de transistors une puce compterait-elle en 2030 ? Un transistor actuel mesure quelques dizaines d'atomes de large : pourquoi la croissance ne peut-elle pas continuer indéfiniment ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Taux d'évolution

Coefficient multiplicateur global : $M = \frac{16\times10^9}{2\,300} \approx 6{,}96\times10^6$. Taux global : $M-1 \approx 6{,}96\times10^6$, soit environ $+696\,000\,000\,\%$.

En $2020-1971 = 49$ ans, le coefficient annuel moyen est $M^{1/49} \approx 1{,}379$: le taux annuel moyen est d'environ $+37{,}9\,\%$.

2. Le modèle exponentiel

$N(t+1) = 2\,300\,\mathrm{e}^{kt}\mathrm{e}^k = \mathrm{e}^k\,N(t)$: d'une année à la suivante, N est multiplié par e^k. Il faut donc $\mathrm{e}^k \approx 1{,}379$, c'est-à-dire $\mathrm{e}^{49k} = M$.

Par balayage : $\mathrm{e}^{0{,}321} \approx 1{,}3785$ et $\mathrm{e}^{0{,}322} \approx 1{,}3799$; avec $49k$, $\mathrm{e}^{49\times0{,}321} \approx 6{,}78\times10^6$ et $\mathrm{e}^{49\times0{,}322} \approx 7{,}12\times10^6$. On retient $k \approx 0{,}322$ (valeur plus précise : 0,3215).

3. Temps de doublement

On cherche T tel que $\mathrm{e}^{kT} = 2$. Au tableau de valeurs de $\mathrm{e}^{0{,}3215x}$: $\mathrm{e}^{0{,}3215\times2{,}1} \approx 1{,}96$ et $\mathrm{e}^{0{,}3215\times2{,}2} \approx 2{,}03$. Le nombre de transistors double environ tous les **2,2 ans**, ce qui est très proche des deux ans annoncés par Moore en 1975 : la « loi » s'est vérifiée pendant un demi-siècle.

Pour aller plus loin

$N(59) = 2\,300\,\mathrm{e}^{0{,}3215\times59} \approx 4\times10^{11}$: environ 400 milliards de transistors en 2030 selon le modèle.

La taille d'un transistor est divisée régulièrement, mais elle ne peut pas descendre sous la taille d'un atome. Depuis les années 2010, le rythme ralentit : un modèle exponentiel n'est valable que sur une période limitée.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Propriétés algébriques de la fonction exponentielle.
- Taux d'évolution moyen.
- Modélisation d'un phénomène par une fonction exponentielle.