Intégration
Problème de recherche : le freinage du tramway

Un tramway roule à 54 km/h, soit 15 m/s. À l'instant $t = 0$, il commence à freiner et s'arrête au bout de 10 secondes. Les ingénieurs comparent deux modes de freinage, qui donnent la vitesse $v(t)$ (en m/s) pour $t \in [0\,;10]$ (en s) :

— **mode A** (freinage mécanique) : $v_A(t) = 15 - 1{,}5t$;

— **mode B** (freinage électrique) : $v_B(t) = 0{,}15t^2 - 3t + 15$.

On rappelle que la distance parcourue entre les instants 0 et 10 est égale à $\displaystyle\int_0^{10} v(t)\,\mathrm{d}t$.

La mission

1. Un obstacle apparaît à 60 m devant le tramway au moment où il commence à freiner. Quel mode de freinage permet de l'éviter ?
2. Un passager affirme : « Les deux modes s'arrêtent en 10 s, donc ils ont la même vitesse moyenne. » A-t-il raison ?
3. Les ingénieurs veulent un mode C, avec une vitesse de la forme $v_C(t) = at^2 + bt + 15$, qui arrête le tramway en exactement 10 s sur une distance de **exactement 60 m**. Trouver a et b, puis vérifier que la vitesse reste positive pendant le freinage.

Pour aller plus loin

Pour le confort des passagers, la décélération (la valeur absolue de $v'(t)$) ne doit jamais dépasser 2,5 m/s². Quels modes respectent cette contrainte ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !