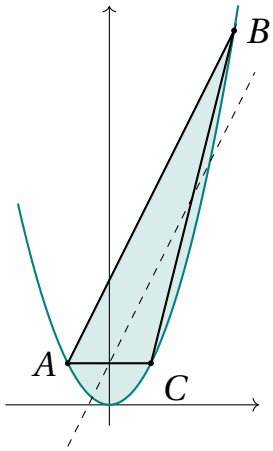
Intégration
Problème de recherche : le gabarit parabolique

Dans un repère orthonormé (unité : le centimètre), on note $\mathscr{P}$ la parabole d'équation $y = x^2$. Une découpeuse laser fabrique des plaques limitées par $\mathscr{P}$ et par un segment $[AB]$ dont les extrémités A et B sont sur $\mathscr{P}$. Dans chaque plaque, on grave un triangle ABC, où C est le point de $\mathscr{P}$ en lequel la tangente est parallèle à (AB).



La mission

1. Première plaque : $A(-2;4)$ et $B(2;4)$. Déterminer le point C, puis l'aire de la plaque et celle du triangle ABC. Calculer le quotient de ces deux aires.
2. Deuxième plaque : $A(-1;1)$ et $B(3;9)$ (figure ci-dessus). Déterminer une équation de la droite (AB), puis le point C.
3. Calculer l'aire de la deuxième plaque. Avec GeoGebra ou par le calcul, déterminer l'aire du triangle ABC et le quotient des deux aires.
4. Choisir une autre plaque et émettre une conjecture.

Pour aller plus loin

On prend $A(a;a^2)$ et $B(b;b^2)$ avec $a < b$. Démontrer que l'aire de la plaque vaut $\dfrac{(b-a)^3}{6}$.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !