Suites arithmétiques et géométriques
Problème de recherche : la pompe à vide qui fuit

Une enceinte contient de l'air à la pression atmosphérique $p_0 = 1013$ hPa. Une pompe à vide fonctionne par cycles : à chaque cycle, elle retire 10 % de l'air contenu dans l'enceinte, ce qui diminue la pression de 10 %. On veut descendre sous 10 hPa.

La mission

1. On suppose d'abord l'enceinte parfaitement étanche. Combien de cycles faut-il pour atteindre l'objectif ?
2. En réalité, un joint fuit : pendant chaque cycle, de l'air entre et la pression augmente de 2 hPa. La pression p_n après n cycles vérifie donc $p_{n+1} = 0{,}9\,p_n + 2$. On pose $v_n = p_n - 20$. Montrer que (v_n) est géométrique, puis exprimer p_n en fonction de n.
3. Avec ce joint, l'objectif peut-il être atteint ? Combien de cycles faut-il pour descendre sous 25 hPa ?

Pour aller plus loin

On change le joint. On note f l'augmentation de pression (en hPa) due à la fuite à chaque cycle. Quelles valeurs de f permettent d'atteindre l'objectif de 10 hPa ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !