Fonction inverse
Problème de recherche : combien de caisses ouvrir ?

Le directeur d'un supermarché cherche combien de caisses ouvrir le mardi matin. Chaque caisse ouverte coûte 20 € par heure (salaire et charges). Mais moins il y a de caisses, plus les clients attendent : le service marketing estime le « coût de l'attente » (clients mécontents, achats abandonnés) à $\dfrac{500}{x}$ € par heure, où x est le nombre de caisses ouvertes.
Le coût horaire total est donc modélisé par

$$C(x) = 20x + \frac{500}{x}, \quad \text{pour } x \in [1\,;10].$$

La mission

1. Calculer $C(2)$, $C(4)$ et $C(8)$. Ouvrir plus de caisses fait-il toujours baisser le coût total ?
2. Étudier les variations de C sur $[1\,;10]$. Combien de caisses faut-il ouvrir pour que le coût total soit le plus faible ? Quel est ce coût ?
3. Le samedi, l'affluence est plus forte : le coût de l'attente devient $\dfrac{1\,280}{x}$ € par heure. Combien de caisses faut-il ouvrir le samedi ?

Pour aller plus loin

Le magasin compte 10 caisses. Le coût de l'attente est de la forme $\dfrac{a}{x}$. À partir de quelle valeur de a le directeur a-t-il intérêt à ouvrir toutes ses caisses ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !