Logarithme décimal
Problème de recherche : le bruit dans l'atelier

Le niveau sonore L (en décibels, dB) d'un bruit d'intensité I (en $\mathrm{W/m^2}$) est donné par

$$L = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad \text{où } I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}.$$

Dans un atelier de menuiserie, une machine en marche produit à elle seule un niveau sonore de 75 dB. Quand plusieurs machines identiques fonctionnent ensemble, leurs intensités s'additionnent.
On admet la règle de prévention suivante : à 80 dB, un salarié peut être exposé 8 heures par jour sans protection ; chaque augmentation de 3 dB divise par 2 cette durée.

La mission

1. Quelle est l'intensité sonore d'une machine ? Quel est le niveau sonore de deux machines en marche ? Deux machines font-elles « deux fois plus de décibels » ?
2. Combien de machines peut-on faire fonctionner en même temps, au maximum, pour que le niveau sonore reste inférieur à 80 dB ?
3. Un jour de forte activité, 8 machines tournent en même temps. Pendant combien de temps (à la minute près) un salarié peut-il rester dans l'atelier sans protection ?

Pour aller plus loin

Un casque antibruit réduit le niveau sonore de 20 dB. Par combien divise-t-il l'intensité sonore reçue ? Quel niveau sonore un salarié équipé perçoit-il quand les 8 machines tournent ?

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !

Éléments de correction

1. Une puis deux machines

$10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 75 \iff \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 7{,}5 \iff \frac{I}{I_0} = 10^{7{,}5}$, donc $I = 10^{7{,}5} \times 10^{-12} = 10^{-4{,}5} \approx 3{,}2 \times 10^{-5}$ W/m^2.

Deux machines produisent l'intensité $2I$:

$$L_2 = 10\log\left(\frac{2I}{I_0}\right) = 10\log 2 + 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10\log 2 + 75 \approx 78{,}0 \text{ dB}.$$

Doubler l'intensité n'ajoute qu'environ 3 dB : deux machines ne font pas « deux fois plus de décibels ».

2. Rester sous 80 dB

De même, n machines produisent un niveau $L_n = 75 + 10\log n$.

$$75 + 10\log n < 80 \iff \log n < 0{,}5 \iff n < 10^{0{,}5} \approx 3{,}16.$$

On peut faire fonctionner au plus 3 machines en même temps ($L_3 \approx 79{,}8$ dB).

3. Huit machines

$L_8 = 75 + 10\log 8 \approx 84{,}03$ dB, soit 4,03 dB au-dessus de 80 dB, c'est-à-dire $\frac{4{,}03}{3} \approx 1{,}343$ « tranches » de 3 dB.

La durée maximale est $\dfrac{8}{2^{1{,}343}} \approx 3{,}15$ h, soit environ 3 h 9 min.

Pour aller plus loin

Si le casque divise l'intensité par k, le niveau baisse de $10\log k$: $10\log k = 20 \iff \log k = 2 \iff k = 100$. Le casque divise l'intensité reçue par 100.

Avec le casque, le salarié perçoit environ $84 - 20 = 64$ dB, bien en dessous de 80 dB.

Ce qu'on a utilisé du chapitre

- Résoudre une équation ou une inéquation avec le logarithme décimal.
- Propriété $\log(ab) = \log a + \log b$.
- Lien entre $\log x = y$ et $x = 10^y$.