Probabilités conditionnelles
Problème de recherche : le sondage confidentiel

Le service de contrôle de gestion d'une grande entreprise veut estimer la proportion p de salariés qui ont déjà gonflé une note de frais. Personne n'osera répondre « oui » franchement… On utilise donc un protocole de **réponse aléatoire** :

— chaque salarié lance une pièce équilibrée, en cachette ;
— s'il obtient **pile**, il répond honnêtement à la question « Avez-vous déjà gonflé une note de frais ? » ;
— s'il obtient **face**, il répond « oui », quoi qu'il en soit.

L'enquêteur ne voit que la réponse, jamais le résultat de la pièce. Sur 1 000 salariés interrogés, on obtient 600 réponses « oui ».

La mission

1. Exprimer, en fonction de p, la probabilité qu'un salarié choisi au hasard réponde « oui ».
2. En déduire une estimation de la proportion p.
3. Un directeur veut sanctionner tous les salariés qui ont répondu « oui ». Quelle est la probabilité qu'un salarié ayant répondu « oui » ait réellement gonflé une note de frais ? Le protocole protège-t-il les salariés ?

Pour aller plus loin

Un autre service utilise un dé : sur 1, 2, 3 ou 4, on répond honnêtement ; sur 5, on répond « oui » ; sur 6, on répond « non ». Il obtient 30 % de « oui ». Estimer la proportion de tricheurs dans ce service.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !