Probabilités conditionnelles
Problème de recherche : l'enquête de santé confidentielle

L'agence régionale de santé (ARS) veut estimer la proportion p de jeunes de 18 à 25 ans qui ont déjà pris des antibiotiques sans ordonnance (restes d'un ancien traitement, médicaments d'un proche…). Personne n'osera répondre « oui » franchement à un enquêteur. On utilise donc un protocole de **réponse aléatoire** :

— chaque jeune lance une pièce équilibrée, en cachette ;
— s'il obtient **pile**, il répond honnêtement à la question « Avez-vous déjà pris des antibiotiques sans ordonnance ? » ;
— s'il obtient **face**, il répond « oui », quoi qu'il en soit.

L'enquêteur ne voit que la réponse, jamais le résultat de la pièce. Sur 1 000 jeunes interrogés, on obtient 600 réponses « oui ».

La mission

1. Exprimer, en fonction de p, la probabilité qu'un jeune choisi au hasard réponde « oui ».
2. En déduire une estimation de la proportion p.
3. Un journaliste veut publier la liste des jeunes qui ont répondu « oui » en titrant « Ils prennent des antibiotiques sans ordonnance ». Quelle est la probabilité qu'un jeune ayant répondu « oui » l'ait réellement fait ? Le protocole protège-t-il les personnes interrogées ?

Pour aller plus loin

Une autre ARS utilise un dé : sur 1, 2, 3 ou 4, on répond honnêtement ; sur 5, on répond « oui » ; sur 6, on répond « non ». Elle obtient 30 % de « oui ». Estimer la proportion de jeunes concernés dans cette région.

Coups de pouce

Bloqué ? Des indices progressifs sont disponibles en ligne. N'en ouvrir qu'un à la fois, et seulement après avoir cherché !